



Capítulo 3 Material Bônus

— Introdução —

Você é alguém que gostaria que houvesse mais exemplos, discussões e comentários nas descrições intencionalmente breves das aulas? Se sim, você veio ao lugar certo! Este arquivo contém material bônus para algumas das atividades do capítulo 3.

Para quebra-cabeças, muitos exemplos de quebra-cabeças resolvidos são fornecidos, junto com os comentários adicionais, sobre como criá-los. O programa Early Family Math é baseado na ideia de que a matemática inicial é algo que uma família deve fazer em conjunto, e criar quebra-cabeças para seu filho fazer junto com você é uma parte importante desse processo. Depois de pegar o jeito de cada quebra-cabeça, você descobrirá que a maioria, senão todos os quebra-cabeças, são bastante fáceis de criar.

Muitos desses quebra-cabeças têm diferentes níveis de dificuldade, e há muitas sugestões e exemplos nas próximas páginas sobre como criar esses níveis. Sempre comece com os quebra-cabeças mais fáceis. É muito melhor que seu filho tenha sucesso, compreensão e diversão com quebra-cabeças um pouco “fáceis demais” do que ficar frustrado, desanimado e excessivamente desafiado por quebra-cabeças difíceis. Depois que seu filho adquirir confiança e entusiasmo para uma atividade matemática, é hora de aos poucos incorporar desafios maiores. Além disso, nem todos os quebra-cabeças serão divertidos para todas as pessoas, então não force os quebra-cabeças e as atividades que parecem não se encaixar.

Isso é o que você encontrará nas páginas a seguir:

- **Capítulo 3 – Somas com Formas**
- **Capítulo 3 – Nim Dobrando o Limite**
- **Capítulo 3 – Contando Pares e Ímpares**
- **Capítulo 3 – Grupos de Somas**
- **Capítulo 3 – Resgate do Zoológico**
- **Capítulo 3 – Somas Comuns**
- **Capítulo 3 – Variações do Sudoku**
- **Capítulo 3 – De Quantas Maneiras**
- **Capítulo 3 – Ordenamento de Baralho**
- **Capítulo 3 – Pirâmide de Diferença**

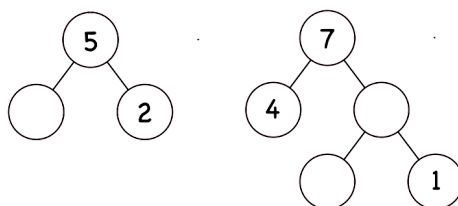
— Questões legais —

Toda família deve ter a oportunidade de aprender e desfrutar a matemática juntos. Para esse fim, Early Family Math é uma coleção de materiais que famílias e educadores podem editar, traduzir, copiar e distribuir livremente, sem pedir permissão, apenas para uso não comercial. © Copyright Early Family Math - 2025 v. 1.1 Creative Commons: Licença Internacional Atribuição-Não Comercial 4.0

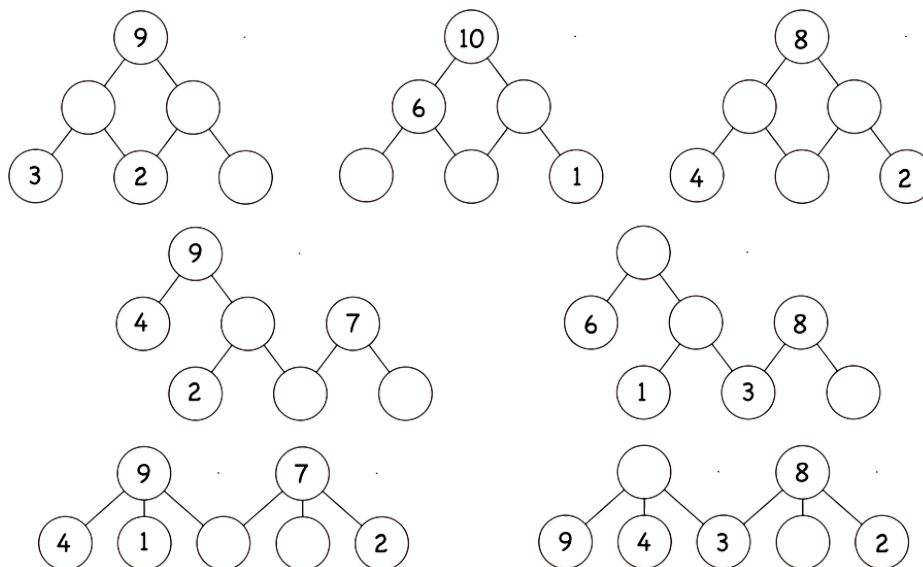
Capítulo 3 – Somas com Formas

Estes quebra-cabeças utilizam círculos numerados conectados de forma ascendente, e cada círculo é a soma de todos os círculos que estão diretamente abaixo dele e a ele conectados.

Os quebra-cabeças mais fáceis possuem a maioria dos círculos já preenchidos. Aqui estão dois exemplos que são simples de resolver.



Esses desafios podem ficar mais difíceis ao ter um círculo conectado em mais de uma direção. Todos os sete próximos quebra-cabeças são cálculos diretos exceto o que está mais à direita na primeira fileira. É mais complexo pois o círculo no meio está sendo dividido por dois círculos desconhecidos acima. Esse quebra-cabeça envolve números pequenos o suficiente que podem ser facilmente resolvidos por tentativa e erro.

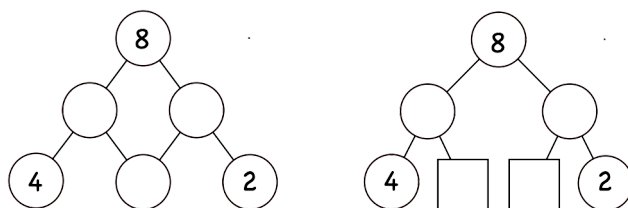


Outra opção para acrescentar complexidade a esses quebra-cabeças é utilizar formas não circulares. Enquanto que o valor em um círculo pode ou não duplicar o valor em algum outro círculo ou forma, o valor de uma forma não circular deve possuir o mesmo valor em todos os outros lugares com a mesma forma. Por exemplo, todos os quadrados possuem o mesmo valor. Use formas correspondentes para praticar adicionar iguais, quase iguais, e dividir pela metade.

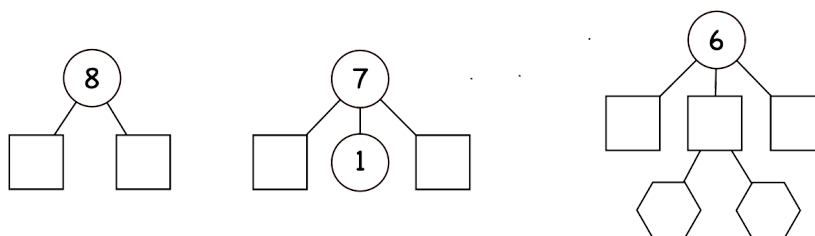
Se você quiser, você pode acrescentar a regra que duas formas não circulares que possuem formatos diferentes devem ter valores diferentes - por exemplo, um quadrado e um hexágono teriam que ter valores diferentes.

Faça qualquer um desses quebra-cabeças começando com um diagrama que está completamente preenchido e então remova alguns números. Se o quebra-cabeça possui alguns números repetidos, use um quadrado ou alguma outra forma diferente de um círculo para aquele número repetido.

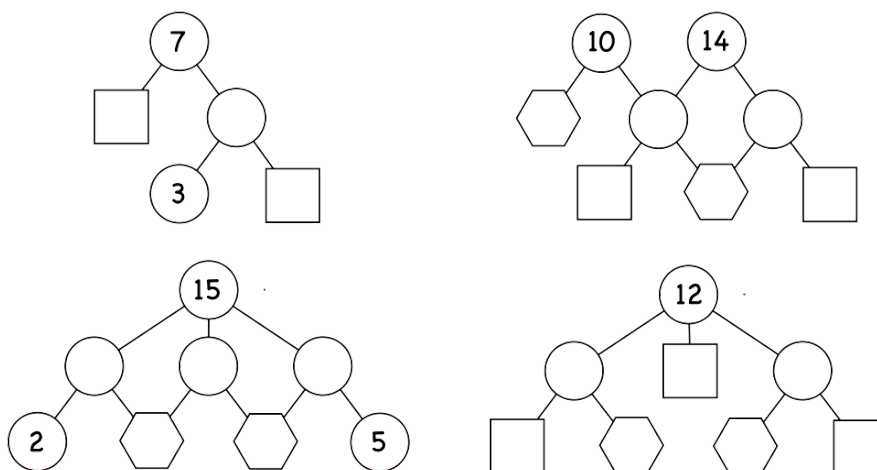
Os próximos dois quebra-cabeças ilustram a diferença psicológica entre usar um círculo de duas direções e substituir o círculo com dois quadrados. Os dois quebra-cabeças são essencialmente os mesmos, mas uma criança pequena vai achar o primeiro muito mais fácil de entender e de trabalhar. Por favor, dê ao seu filho bastante prática com quebra-cabeças que utilizam apenas círculos antes de se aventurarem em quebra-cabeças mais sofisticados com formas não circulares.



Quebra-cabeças semelhantes aos próximos três são úteis para praticar somar iguais, quase iguais, e triplos.



Aqui estão alguns exemplos usando formas não circulares para fazer quebra-cabeças mais desafiadores. Se o seu filho gostar desses, há muitas outras variações para explorar. Divirta-se com os quebra-cabeças!



Capítulo 3 – Nim Dobrando o Limite

— Uma pilha —

Defina um total inicial, 20 por exemplo. Deixe o seu filho decidir se quer ir primeiro ou depois. Durante o primeiro turno, um jogador escolhe subtrair 1 ou 2 do total atual. Depois do primeiro turno, um jogador pode subtrair qualquer número de 1 até duas vezes o número usado no último turno. A primeira pessoa a alcançar 0 ganha.

Há muitas versões alternativas desse jogo. Algumas delas são:

- A primeira pessoa a alcançar o número-alvo perde.
- Ao invés de usar o intervalo de 1 a 2, o intervalo inicial é de 1 até menos um (ou dois) do que o número-alvo.
- Pratique somar, ao invés de subtrair, ao começar em 0 e a primeira pessoa a alcançar o número-alvo ganha (ou perde).
- O limite inicial é um (ou dois) a menos do que o número-alvo, e ao invés de dobrar o valor usado no último turno, use o valor do último turno como o limite.
- O limite inicial é um (ou dois) a menos do que o número-alvo, e ao invés de dobrar o valor usado no último turno, use o triplo do valor do último turno como o limite.

Como você pode ver, há muitas variações. Crie as suas próprias regras familiares se estiverem gostando do jogo.

Na maioria das vezes, esses jogos são muito mais difíceis de analisar do que as versões do Nim que utilizam um valor fixo de escolhas em cada movimento.

— Mais De Uma Pilha —

Outra maneira de criar novas versões desse jogo é utilizar mais de um número. Imagine essa versão como tendo várias pilhas de fichas (pedras, pedacinhos de comida). Por exemplo, você poderia ter duas pilhas de 12 fichas em uma e 8 na outra. Uma regra padrão para utilizar é que você pode pegar qualquer quantidade de fichas, mas elas devem ser todas de uma pilha.

Versões alternativas desse jogo são:

- Há mais de duas pilhas.
- Você tem a opção de pegar o mesmo número de fichas de todas as pilhas.
- Você tem a opção de pegar o mesmo número de fichas das pilhas que você escolher.
- Você pode pegar fichas apenas da maior pilha.

Como você pode imaginar, há ainda mais versões desse jogo; contudo, talvez isso seja mais do que o suficiente por agora!

Capítulo 3 – Contando Pares e Ímpares

— Configuração Básica —

Use um pequeno conjunto de Cartas Numéricas envolvendo algumas quantidades pequenas. Comece com três cartas e depois use mais cartas se o seu filho gostar da investigação...

Suponha que os números são 1, 2 e 3. A pergunta é: Se você pegar aleatoriamente duas cartas e somá-las, é mais provável conseguir um número par ou um número ímpar?

Há duas maneiras de analisar isto. Uma é fazer experimentos. Embaralhe as cartas, aleatoriamente pegue duas, e veja se a soma é par ou ímpar. Depois de cada experimento, coloque uma marca na coluna apropriada em um pedaço de papel e conte os resultados pares e ímpares.

A segunda maneira é contar quantas formas existem de obter um número ímpar em comparação com um número par. Por exemplo, no caso de usarmos 1, 2, e 3, há uma forma de conseguir um número par ($1 + 3$) e duas formas de conseguir um número ímpar ($1 + 2$, $2 + 3$). Então, para os números 1, 2, e 3, a soma de números ímpares é duas vezes mais provável.

Depois de você brincar com o 1, 2, e 3 por um tempo, tente outros grupos de três cartas. Os números 2, 3, e 4 se comportam diferentemente? Os grupos 1, 3, 5 e 2, 4, 6 produzem apenas números pares - por que isso acontece? Depois de brincar com três cartas por um tempo, veja o que acontece com 4 ou mais cartas.

Para fazer disso um jogo, deixe um jogador ser Par e o outro jogador ser Ímpar. Veja quem tem mais sucessos depois de uma dúzia de testes.

— Análise Investigativa —

A parte divertida de uma investigação é que ela convida a pessoa a brincar com os números e ser um matemático. Como mencionado acima, brinque com grupos diferentes de três números. Após alguma experimentação, seu filho poderá notar que qualquer grupo de três números que possua pelo menos um número par e um número ímpar se comporta da mesma forma. Contudo, se todos os números são todos ímpares ou todos pares, então as somas são todas pares. Isto nos remete à pergunta habitual: Por que isso acontece?

Depois de algumas experimentações, até uma criança pequena pode esbarrar na bela teoria dos números que diz:

- Par mais Par é Par
- Par mais Ímpar é Ímpar
- Ímpar mais Ímpar é Par

Por que essa regra funciona? Use a atividade das Formas Numéricas para representar números pares e números ímpares com duas fileiras de fichas - quando ao adicionar esses números eles resultarão em duas fileiras iguais?

Uma vez que essa regra é descoberta, seu filho poderá perceber que os números em particular não importam tanto. Ter números como 1, 2, 3 não é muito diferente de ter os números 3, 4, 5 (ou 3, 12, 17 nesse caso). A análise realmente depende de quantos números são pares e quantos são ímpares.

Com isso em mente, aqui está uma tabela de possíveis resultados de grupos de três ou quatro.

3 Números:

- 3 Pares, 0 Ímpares- 3 Somas Pares
- 2 Pares, 1 Ímpares- 1 Soma Par, 2 Somas Ímpares
- 1 Pares, 2 Ímpares- 1 Soma Par, 2 Somas Ímpares
- 0 Pares, 3 Ímpares- 3 Somas Pares

4 Números:

- 4 Pares, 0 Ímpares- 6 Somas Pares
- 3 Pares, 1 Ímpares- 3 Somas Pares, 3 Somas Ímpares
- 2 Pares, 2 Ímpares- 2 Somas Pares, 4 Somas Ímpares
- 1 Pares, 3 Ímpares- 3 Somas Pares, 3 Somas Ímpares
- 0 Pares, 4 Ímpares- 6 Somas Pares

Os resultados são surpreendentes e deixam muitas coisas a serem investigadas se for de interesse! O que acontece com 5 números, 6 números, ou mais? Por que é que trocar números Pares por Ímpares não parece mudar os resultados? Por exemplo, se você tem 3 Pares e 1 Ímpar você terá os mesmos resultados de 1 Par e 3 Ímpares. Em casos como 3 Pares e 1 Ímpar, por que os resultados saem equilibrados mesmo quando os Pares e Ímpares começam desequilibrados?

Essa é uma parte bem legal da matemática e até uma criança pequena pode brincar com isso!

Capítulo 3 – Grupos de Somas

Esses quebra-cabeças utilizam uma grade de números com uma soma-alvo. Encontre grupos de dois, três ou quatro números que somados atinjam o alvo. Os membros de um grupo devem compartilhar lados. Use fichas, como diferentes tipos de comidas, para identificar cada grupo dentro dos quebra-cabeças. Quando completo, o quebra-cabeça estará composto de grupos identificados.

6	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> </table>	1	2	2	5	3	4	1	3	3
1	2	2								
5	3	4								
1	3	3								

8	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">8</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> </table>	0	8	3	2	2	4	4	3	6	5	5	7	1	2	3	1
0	8	3	2														
2	4	4	3														
6	5	5	7														
1	2	3	1														

Estes quebra-cabeças proporcionam uma prática particularmente boa com as ligações numéricas. Ao usar fichas ao invés de um lápis, você pode usar as folhas de quebra-cabeças repetidamente.

Crie esses quebra-cabeças começando com uma grade vazia e preenchendo os números ao redor da grade usando pares e trios que somam até o número-alvo. É mais divertido se o quebra-cabeça possuir apenas uma solução, mas não se preocupe com isso.

6	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> </table>	1	2	2	5	3	4	1	3	3	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td></tr> </table>	1	6	2	1	0	4	4	1	5	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	1	2	3	5	3	4	1	3	2	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> </table>	4	2	1	3	5	1	3	1	4	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	1	0	1	5	5	4	3	3	2
1	2	2																																																
5	3	4																																																
1	3	3																																																
1	6	2																																																
1	0	4																																																
4	1	5																																																
1	2	3																																																
5	3	4																																																
1	3	2																																																
4	2	1																																																
3	5	1																																																
3	1	4																																																
1	0	1																																																
5	5	4																																																
3	3	2																																																

6	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	5	1	4	2	3	1	3	3	2	2	3	1	5	1	4	2	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	4	5	1	3	2	1	3	3	5	2	2	4	1	3	1	2	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> </table>	1	5	2	4	3	2	3	2	1	1	2	4	3	3	5	1	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> </table>	1	5	2	1	3	2	1	5	1	2	3	1	2	4	3	3
5	1	4	2																																																																	
3	1	3	3																																																																	
2	2	3	1																																																																	
5	1	4	2																																																																	
4	5	1	3																																																																	
2	1	3	3																																																																	
5	2	2	4																																																																	
1	3	1	2																																																																	
1	5	2	4																																																																	
3	2	3	2																																																																	
1	1	2	4																																																																	
3	3	5	1																																																																	
1	5	2	1																																																																	
3	2	1	5																																																																	
1	2	3	1																																																																	
2	4	3	3																																																																	

7	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> </table>	2	4	3	5	2	1	6	1	4	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	2	6	1	1	4	5	4	3	2	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> </table>	7	1	3	0	3	4	1	6	3	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td></tr> </table>	5	1	1	4	4	3	3	7	0	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td></tr> </table>	4	4	3	1	2	2	6	1	5
2	4	3																																																
5	2	1																																																
6	1	4																																																
2	6	1																																																
1	4	5																																																
4	3	2																																																
7	1	3																																																
0	3	4																																																
1	6	3																																																
5	1	1																																																
4	4	3																																																
3	7	0																																																
4	4	3																																																
1	2	2																																																
6	1	5																																																

7	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	5	2	1	1	6	1	2	6	3	4	3	1	4	3	5	2	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> </table>	6	1	4	1	4	5	2	3	3	2	3	4	1	6	3	1	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td></tr> </table>	4	5	2	1	3	1	3	4	2	3	4	2	3	2	2	1	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td></tr> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">6</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td></tr> </table>	2	5	3	4	1	5	4	3	6	2	1	6	6	1	2	5
5	2	1	1																																																																	
6	1	2	6																																																																	
3	4	3	1																																																																	
4	3	5	2																																																																	
6	1	4	1																																																																	
4	5	2	3																																																																	
3	2	3	4																																																																	
1	6	3	1																																																																	
4	5	2	1																																																																	
3	1	3	4																																																																	
2	3	4	2																																																																	
3	2	2	1																																																																	
2	5	3	4																																																																	
1	5	4	3																																																																	
6	2	1	6																																																																	
6	1	2	5																																																																	

8	<table border="1"><tr><td>5</td><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	5	1	7	1	2	3	6	2	5	<table border="1"><tr><td>6</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>	6	2	4	3	1	4	5	3	4	<table border="1"><tr><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr></table>	4	4	1	4	2	7	2	3	5	<table border="1"><tr><td>7</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>5</td></tr></table>	7	1	0	1	2	8	5	3	5	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>2</td></tr></table>	1	0	4	4	8	4	3	6	2
	5	1	7																																															
	1	2	3																																															
6	2	5																																																
6	2	4																																																
3	1	4																																																
5	3	4																																																
4	4	1																																																
4	2	7																																																
2	3	5																																																
7	1	0																																																
1	2	8																																																
5	3	5																																																
1	0	4																																																
4	8	4																																																
3	6	2																																																

8	<table border="1"><tr><td>0</td><td>8</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	0	8	3	2	2	4	4	3	6	5	5	7	1	2	3	1	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr></table>	2	3	5	3	6	4	3	2	2	4	3	5	4	2	1	7	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	2	3	2	1	3	2	5	2	1	6	1	3	7	4	4	2	<table border="1"><tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr></table>	7	1	2	3	2	1	6	5	3	5	1	3	5	4	4	4
	0	8	3	2																																																																
	2	4	4	3																																																																
	6	5	5	7																																																																
1	2	3	1																																																																	
2	3	5	3																																																																	
6	4	3	2																																																																	
2	4	3	5																																																																	
4	2	1	7																																																																	
2	3	2	1																																																																	
3	2	5	2																																																																	
1	6	1	3																																																																	
7	4	4	2																																																																	
7	1	2	3																																																																	
2	1	6	5																																																																	
3	5	1	3																																																																	
5	4	4	4																																																																	

9	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>	1	0	9	4	6	5	4	3	4	<table border="1"><tr><td>5</td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	5	6	3	4	5	7	3	1	2	<table border="1"><tr><td>1</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>4</td></tr><tr><td>0</td><td>9</td><td>5</td></tr></table>	1	2	7	3	5	4	0	9	5	<table border="1"><tr><td>4</td><td>1</td><td>8</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>	4	1	8	2	3	3	5	4	6	<table border="1"><tr><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>8</td><td>1</td></tr></table>	7	4	5	2	6	2	1	8	1
	1	0	9																																															
	4	6	5																																															
4	3	4																																																
5	6	3																																																
4	5	7																																																
3	1	2																																																
1	2	7																																																
3	5	4																																																
0	9	5																																																
4	1	8																																																
2	3	3																																																
5	4	6																																																
7	4	5																																																
2	6	2																																																
1	8	1																																																

9	<table border="1"><tr><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>7</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>8</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	5	4	3	6	7	4	2	3	2	5	3	6	8	1	1	3	<table border="1"><tr><td>5</td><td>5</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	5	5	4	5	2	4	2	7	2	6	3	6	1	8	1	2	<table border="1"><tr><td>5</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td><td>2</td><td>5</td></tr></table>	5	2	2	1	3	5	2	6	3	1	3	4	3	7	2	5	<table border="1"><tr><td>2</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr><tr><td>7</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>7</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>4</td><td>1</td><td>8</td></tr></table>	2	3	6	3	7	5	3	3	2	2	7	2	5	4	1	8
	5	4	3	6																																																																
	7	4	2	3																																																																
	2	5	3	6																																																																
8	1	1	3																																																																	
5	5	4	5																																																																	
2	4	2	7																																																																	
2	6	3	6																																																																	
1	8	1	2																																																																	
5	2	2	1																																																																	
3	5	2	6																																																																	
3	1	3	4																																																																	
3	7	2	5																																																																	
2	3	6	3																																																																	
7	5	3	3																																																																	
2	2	7	2																																																																	
5	4	1	8																																																																	

10	<table border="1"><tr><td>8</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>7</td><td>3</td></tr></table>	8	2	3	5	3	4	5	7	3	<table border="1"><tr><td>6</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>2</td><td>8</td><td>4</td></tr></table>	6	5	5	1	3	6	2	8	4	<table border="1"><tr><td>7</td><td>5</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td><td>1</td></tr></table>	7	5	4	3	1	9	4	6	1	<table border="1"><tr><td>4</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>6</td></tr></table>	4	2	1	4	5	3	4	1	6	<table border="1"><tr><td>1</td><td>9</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>	1	9	7	4	3	3	3	4	6
	8	2	3																																															
	5	3	4																																															
5	7	3																																																
6	5	5																																																
1	3	6																																																
2	8	4																																																
7	5	4																																																
3	1	9																																																
4	6	1																																																
4	2	1																																																
4	5	3																																																
4	1	6																																																
1	9	7																																																
4	3	3																																																
3	4	6																																																

10	<table border="1"><tr><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	5	3	2	4	3	7	4	5	3	5	6	3	4	1	4	<table border="1"><tr><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>7</td><td>1</td><td>9</td></tr></table>	8	9	1	3	1	1	3	4	6	3	5	5	4	7	1	9	<table border="1"><tr><td>4</td><td>1</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>7</td><td>2</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td></tr></table>	4	1	5	5	5	3	2	1	6	5	7	2	4	1	6	3	<table border="1"><tr><td>1</td><td>6</td><td>8</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>6</td><td>5</td></tr><tr><td>7</td><td>9</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	1	6	8	2	3	1	3	6	3	1	6	5	7	9	4	5
	1	5	3	2																																																																
	4	3	7	4																																																																
	5	3	5	6																																																																
3	4	1	4																																																																	
8	9	1	3																																																																	
1	1	3	4																																																																	
6	3	5	5																																																																	
4	7	1	9																																																																	
4	1	5	5																																																																	
5	3	2	1																																																																	
6	5	7	2																																																																	
4	1	6	3																																																																	
1	6	8	2																																																																	
3	1	3	6																																																																	
3	1	6	5																																																																	
7	9	4	5																																																																	

Capítulo 3 – Resgate do Zoológico

— Descrição do Jogo —

Nesse jogo, use dois dados e dois grupos de cartas numéricas de 1 a 6. Cada jogador possui 6 fichas – fichas de animais são perfeitas para esse jogo se você tiver elas. Cada jogador também tem um pedaço de papel com caixas numeradas de 0 a 5. Cada jogador decide onde colocar as 6 fichas – está tudo bem colocar mais de uma ficha em uma caixa.

Durante o turno de um jogador, dois números são criados ao rolar o dado ou pegando duas cartas, e a diferença entre esses números é usada. Um jogador pode liberar uma de suas fichas se eles possuem alguma na caixa. O primeiro jogador a resgatar todas as suas fichas ganha.

— Estratégia para Posicionamento das Fichas—

Como os jogadores devem colocar as 6 fichas? Como sempre é uma boa ideia, vamos começar com uma pergunta mais simples: Onde seria o melhor lugar para colocar 1 ficha. Isso seria claramente na caixa mais provável de acontecer. Ao invés de fazer qualquer análise complicada, nós podemos simplesmente listar as possibilidades e ver quais diferenças acontecem com mais frequência.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Contando os resultados, nós temos 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Então, 1 é claramente a melhor escolha e irá acontecer 10 / 36 das vezes. Nós podemos classificar a ordem de frequência como 1, 2, 3, 0, 4, e 5.

Uma pergunta muito mais difícil é o que fazer com mais de uma ficha. Uma vez que se tenha visto estes números, uma boa pergunta para uma criança mais velha é: por que você só não coloca todas as suas fichas no 1? Para ver a resposta a isto, imagine a situação mais simples em que você tivesse apenas duas fichas e ignorasse todos os resultados que não fossem 1 ou 2. Então 1 iria acontecer 10 / 18 das vezes e 2 iria acontecer 8 / 18 das vezes. Se você colocar ambas as fichas no 1, então você teria que pegar 1 e de novo 1 para ganhar após duas jogadas. No entanto, se você colocar uma ficha no 1 e uma ficha no 2, você seria bem-sucedido após dois lançamentos com um 1 e, em seguida, um 2, ou um 2 e, em seguida, um 1 — algo que tem cerca de 60% a mais de probabilidade de acontecer!

Ao invés de entrar em uma longa, detalhada análise, vamos apenas deixar isso a algo relativamente simples que apela para a nossa intuição - coloque a maioria das suas fichas no 1, a segunda maior parte no 2, e talvez um no 0 ou 3. Não há garantias de que você irá vencer, mas você deve se sair muito bem a longo prazo!

Capítulo 3 – Somas Comuns

— Introdução da Investigação —

Faça uma folha de papel com 12 fileiras. Em cada fileira, coloque 8 quadrados. A coluna mais à esquerda terá os números de 1 a 12 escritos nos quadrados. Coloque 1 ficha em cada um dos 12 números. Comece a rolar um par de dados. Depois de cada lançamento, mova a ficha para a soma dos dados um quadrado para a direita. A meta para cada ficha é ela ser a primeira a chegar completamente à direita do outro lado do papel.

Deixe o seu filho pensar em algumas questões para investigar. Algumas perguntas naturais são:

- Qual ficha irá ganhar e por quê?
- Quais fichas se saem bem e quais se saem mal?
- Qual ficha é a pior?
- Como os vencedores mudarão se as linhas forem alteradas para ter menos quadrados ou mais quadrados?

Peça ao seu filho para explicar as suas ideias sobre as respostas a estas perguntas e, em seguida, investigar as suas ideias executando experiências.

Acrescente um elemento competitivo a isso ao tentar adivinhar qual ficha irá ganhar antes da rodada começar.

— Análise —

Assim como a análise do último jogo, a forma mais simples de analisar isso é listando todas as possibilidades.

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

Resumindo a frequência, nós temos: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. A propósito, esses são bons números para lembrar para qualquer jogo que envolva a soma de dois dados!

Então, 1 sempre irá perder e 7 é o mais provável de ganhar. Contudo, a diferença de frequência entre 7 e 6 ou 8 não é muito grande. Se você tem apenas algumas rodadas, seria muito difícil de prever com certeza quem iria ganhar. Apenas com um grande número de jogadas você pode garantir que o 7 irá ganhar eventualmente.

Capítulo 3 – Variações do Sudoku

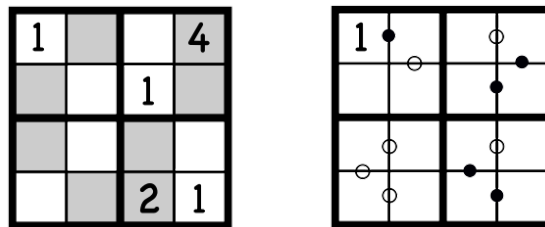
Há várias ótimas variações de Sudoku no mundo, e há ainda mais outros quebra-cabeças parecidos com essas variações de Sudoku. Nesta seção veremos cinco dessas variações de Sudoku. Todas essas seguem a regra dos “Quadrados Latinos” - que todo número aparece exatamente uma vez em cada fileira e coluna.

Você pode fazer qualquer um desses Sudokus começando com um quebra-cabeça já preenchido do tipo apropriado - tanto Quadrados Latinos ou Quebra-cabeça Sudoku. Todas as soluções dadas nos Materiais Bônus para os Capítulos 1-2 podem ser usadas. Depois que você tem uma solução em mãos, adicione as informações extras necessárias para esse tipo especial de quebra-cabeça e remova todos ou alguns dos números.

— Quebra-Cabeças Sudoku Com Informações Extras —

Esses dois quebra-cabeças são Quadrados Latinos que possuem restrições adicionais em que cada sub-região tem todos os números aparecendo exatamente uma vez. Adicionalmente, sendo um Quebra-cabeça Sudoku, eles possuem propriedades adicionais.

Sudokus Par-Ímpar. Nesses quebra-cabeças, os números pares estão em um quadrado cinza. Essa informação adicional tende a fazer esses quebra-cabeças muito fáceis e geralmente é possível remover quase todos os números.



Sudokus Kropki. Esses são iguais ao Sudoku tradicional, exceto por ter dois tipos de pontos entre as células. Se o ponto é oco, então os dois números estão a um de distância. Se o ponto está preenchido, então um número é a metade do outro número. Parecido com os quebra-cabeças Par-Ímpar, essa informação adicional tende a deixar os quebra-cabeças bem fáceis de resolver e isso significa que quase todos os números podem ser removidos.

— Sudoku com Soma e Subtração —

Esses quebra-cabeças são divididos em sub-regiões que possuem um número-alvo determinado a elas. Diferentemente do Sudoku tradicional, é permitido que um número seja repetido em uma sub-região contanto que o quebra-cabeça esteja de acordo com os Quadrados Latinos. Se a sub-região possui apenas um quadrado nela, então o número-alvo será o valor daquele quadrado.

Em um quebra-cabeça Sumdoku Sudoku , a soma de todos os números em uma sub-região é o número-alvo dado. Em um quebra-cabeça Diffdoku Sudoku , todas as sub-regiões possuem um ou dois quadrados. Se uma sub-região possui dois quadrados, então a diferença dos dois números é o número-alvo dado.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

Em um quebra-cabeça Sumdiffdoku Sudoku, ambas adições e subtrações são usadas. As sub-regiões estão marcadas com um “+” ou um “-” para indicar se é uma soma ou diferença.

Os três tipos de quebra-cabeças são geralmente feitos sem nenhum número dentro deles. É claro que, as sub-regiões com um quadrado são essencialmente quadrados com o número já preenchido. Para uma criança pequena, você pode querer fornecer uma boa quantidade dos números para tornar o quebra-cabeça compatível com o nível de sofisticação dela.

Para variar os cálculos matemáticos, use diferentes grupos de números ao invés do 1 a 4 tradicional para um 4 por 4. Por exemplo, use os números 1, 3, 5, e 7. Se você fizer isso, liste os números acima do quebra-cabeça para que o seu filho saiba quais usar.

Capítulo 3 – De Quantas Maneiras

Contar o número de maneiras para fazer escolhas pode levar a alguns resultados interessantes. A maioria destas situações de contagem beneficia de ser olhada sistematicamente. Isso é difícil para uma criança fazer, e está tudo bem - deixe elas brincarem com isso e aproveitem a exploração. Ser sistemático pode esperar até eles ficarem mais velhos.

— Investigação 1 —

Desenhando com apenas vermelho e azul, de quantas maneiras você pode desenhar um monstro com um chapéu, olhos e capa? Como isso muda se você colorisse apenas o chapéu e a capa? Como mudaria se você usasse três cores, ou se você só pudesse usar cada cor uma vez?

Fazer esta investigação de uma forma sofisticada envolve multiplicação, e ainda é muito cedo para isso. No entanto, o seu filho pode explorar estas ideias e começar a desenvolver um senso de como fazer este tipo de contagem.

Vamos enfrentar essas questões uma de cada vez. O chapéu pode ser vermelho ou azul, os olhos podem ser vermelhos ou azuis, e a capa pode ser vermelha ou azul. Cada objeto a ser colorido duplica o número de possibilidades. Assim, 2 duplicado e depois duplicado novamente fornece 8 possibilidades. Listá-las é uma boa maneira de visualizar isso. Deixe V para vermelho e A para azul, e liste as cores na ordem para o chapéu, os olhos e a capa. As possibilidades são: VVV, VVA, VAV, VAA, AVV, AVA, AAV, AAA.

Colorir apenas o chapéu e a capa fornece 2 duplicado, que é igual a 4 possibilidades. A lista para isto é: VV, VA, AV, AA.

Se você tivesse três cores para as três coisas para colorir, você teria $3 \times 3 \times 3 = 27$ possibilidades (uma lista longa).

Em geral, se você tiver eventos que não se influenciam, multiplique as possibilidades. Se você só tem permissão para usar cada cor uma vez, os eventos restringem-se uns aos outros e influenciam-se. Vamos listá-los usando E (para esverdeado) para a terceira cor: VAE, VEA, AVE, AEV, EVA, EAV.

— Investigação 2 —

Você tem uma fila de 5 doces idênticos. De quantas maneiras você pode colori-los para dar 2 vermelhos e 3 azuis?

Marque 2 pedaços de papel com um V e 3 pedaços de papel com um A. O seu filho pode brincar com as dez maneiras que existem de organizá-los. A lista é: VVAAA, VAVAA, VAAVA, VAAAV, AVVAA, AVAVA, AVAAV, AAVVA, AAVAV, AAAVV. Uma maneira de analisar isto é que, uma vez que você decide os 2 lugares para o vermelho, o azul não tem escolha e deve ir para os outros 3 lugares. Curiosamente, você também pode analisar isto de outra forma, como colocar as 3 peças azuis primeiro.

Se você estiver se divertindo, varie esta investigação mudando os três números — apenas certifique-se de que os dois números menores somam o número total de doces.

— Investigação 3 —

Encontre todas as formas de conseguir um resultado somando os números 1 e 2. Faça isso considerando ou não a ordem.

Não considerando a ordem. Olhe para o exemplo somando até 4. As possibilidades são $1+1+1+1$, $2+1+1$, e $2+2$. Há 3 formas de fazer isso. Depois de tentar mais alguns exemplos, você percebe que está contando os números de formas de usar o 2 para somar os números menores ou iguais a 4. Você pode ter de 0 a 2 dos 2, então há 3 formas de fazer isso. Em geral, a resposta será um a mais da metade para números pares, um a mais da metade de um a menos para números ímpares.

Considerando a ordem. Para o exemplo de 4, as possibilidades são $1+1+1+1$, $2+1+1$, $1+2+1$, $1+1+2$, e $2+2$. Então há 5 formas de fazer isso. Brinque com vários exemplos e faça uma tabela com os resultados. Aqui está o que você deve conseguir (ok, você provavelmente não irá até o 10):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Depois de observar esses números, seu filho pode perceber que cada par de números soma até o próximo número. Por que isso acontece? Esses números são chamados de Números de Fibonacci e frequentemente aparecem, por incrível que pareça.

Para ver por que estes números ocorrem nesta investigação, olhe para o exemplo do 4 e olhe para o último número usado na soma. O último número é 1 ou 2. Se for um 1, então os números anteriores fornecem todas as maneiras de somar 3. Se o último número for um 2, então os números anteriores fornecem todas as maneiras de somar 2. Assim, o número de maneiras de somar 4 é o total das maneiras de somar 3 mais as maneiras de somar 2.

Números maiores. Se você está se divertindo com isto, você pode brincar com o número de maneiras de obter somas que envolvam os números de 1 a 3 ou até mesmo 1 a 4. Procurar padrões nestes casos é muito mais difícil, mas brincar com os números será igualmente divertido.

Capítulo 3 – Ordenamento de Baralho

— Introdução —

O desafio é empilhar um baralho de cartas numeradas, digamos de 1 a 5, para que o seguinte seja verdadeiro:

A carta do topo é 1. Ponha de lado esta carta do topo. Mova a próxima carta para o fundo do baralho. A próxima carta é 2 e é posta de lado. Mova a próxima carta para o fundo do baralho. Continue até que todas as cartas estejam postas de lado em ordem.

Uma vez que o seu filho ache fácil para 1 a 5, desafie o seu filho a fazê-lo para intervalos de números maiores.

— Seja Sistemático —

A dificuldade desse quebra-cabeça está em ser sistemático. Para qualquer tamanho de baralho, você pode brincar com isso e eventualmente encontrará a resposta. Vamos procurar por padrões interessantes que facilitem isso.

Suponha que você organize as cartas em ordem na mesa. Aqui estão as soluções para os primeiros casos. Os números listados após a seta fornecem a ordem das cartas restantes após a primeira passagem pelas cartas.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Se houver um número par de cartas (digamos 6), então as posições ímpares são preenchidas com a primeira metade das cartas em ordem (3 neste caso), e os outros lugares são preenchidos usando a solução para metade do número de cartas apenas aumentada em valor. No exemplo para 6, as posições ímpares são preenchidas com 1, 2, 3, e as pares são preenchidas com 4, 6, 5 — os valores 1, 3, 2 (a solução para um baralho de três cartas) cada um aumentado em 3.

O padrão para um número ímpar de cartas é um pouco mais complicado. Tal como antes, as posições ímpares são preenchidas com a primeira metade dos números (1 a 4 no caso de 7) aproximadamente. Se você olhar para os exemplos, a primeira carta após a seta será movida para o fim, então ela deve ser a carta que você deseja por último nessa sequência. Após essa observação, a resposta procede como no caso par.

Capítulo 3 – Pirâmide de Diferença

— Introdução —

O desafio é colocar os números de 1 a 6 em uma pirâmide com uma carta no topo, duas cartas na segunda fileira e três cartas na terceira fileira, onde cada número é a diferença dos dois números abaixo dele.

Se você estiver tendo dificuldades, aqui estão duas dicas para ajudar. O 6 deve ficar na fileira de baixo porque ele não pode ser a diferença entre nenhum par de números. Da mesma forma, o 5 deve estar ou na fileira de baixo ou na fileira do meio acima do 6 e do 1.

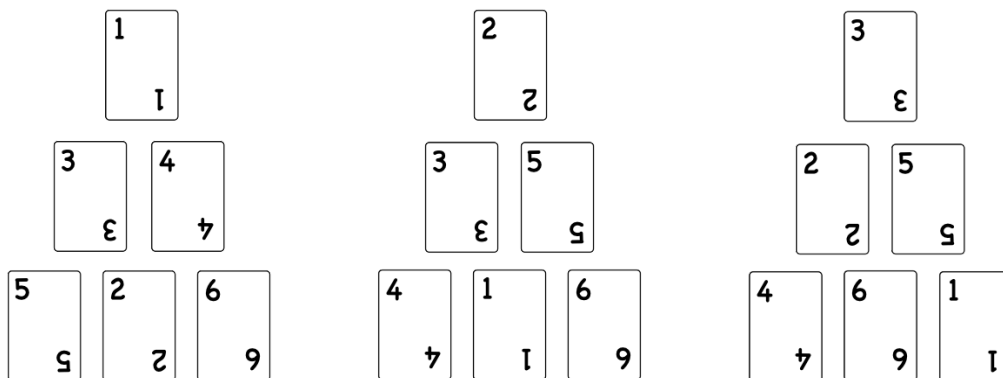
— O Que São Soluções “Diferentes”? —

Se o seu filho achar esse desafio fácil de fazer, desafie-o a encontrar todas as formas de como pode ser feito. Discuta o que significa duas soluções serem diferentes - se uma solução é a imagem espelhada da outra, ela deve ser considerada diferente?

Responder a pergunta do que torna as soluções diferentes é útil de se fazer no início. Como a imagem espelhada de qualquer solução é fácil de fazer e também é uma solução, faz sentido ignorá-las. Ignorar as soluções espelhadas irá reduzir o número de soluções a serem consideradas pela metade.

Por exemplo, nós podemos presumir que não só o 6 fica na fileira de baixo, mas é ou no meio ou no lado direito. Continuando esse raciocínio com o 5, a fileira de baixo pode ter apenas quatro configurações possíveis: 5 a 6, b 5 6, c 1 6, ou d 6 1.

Neste ponto, é uma questão de trabalhar através dos vários valores possíveis de a, b, c, e d. Depois de algumas tentativas e erros você descobrirá que a é 2, b nunca funcionará, c deve ser 4, e d deve ser 4. Então, ignorando as imagens espelhadas, há exatamente três soluções:



— Pirâmides Maiores —

Vamos usar as cartas de 1 a 10 para fazer uma pirâmide com quatro fileiras. Isso é muito mais complicado. Algumas cartas podem ser colocadas, mas depois disso é preciso um pouco de determinação. Como o 10 não pode ser a diferença de duas cartas, ele deve ficar na parte de baixo. Semelhantemente, ou o 9 está na última fileira ou ele está próximo da última fileira acima do 1 e do 10. As cartas 8 e 7 também são boas cartas para se desfazer de possibilidades.

Isso significa que a fileira de baixo se parece com um dos modelos a seguir (Ignorando imagens espelhadas):

a b 9 10, c 9 d 10, 9 e f 10, g h 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, m n 1 10, o 1 10 p, q r 10 1

Essas são muitas possibilidades para considerar!

Felizmente, se você considerar onde o 8 e 7 podem ir, as possibilidades serão reduzidas para a lista a seguir (presumindo que não há erros!). É fácil finalizar cada um desses depois que você tem a fileira de baixo.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6

Pirâmides de tamanhos 15, 21, ou mais são para aqueles verdadeiramente dedicados. Boa sorte e aproveite!